2018. második forduló feladatai

1. feladat

pontok száma

Hány olyan pont van, aminek mindkét koordinátája egész, az f(x) és g(x) függvények által közrezárt területre esik (a függvények görbéinek pontjait nem beleszámítva), ha

$$f(x)=|-2x^2+346x-14962{,}6|$$
$$g(x)=-|(|4x-349{,}6|-3)|+4$$
és $y< x/22-1{,}5$?

megoldás

A feladat megoldása

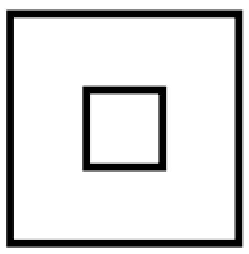
Válasz: a keresett pontok száma 1

---

2. feladat

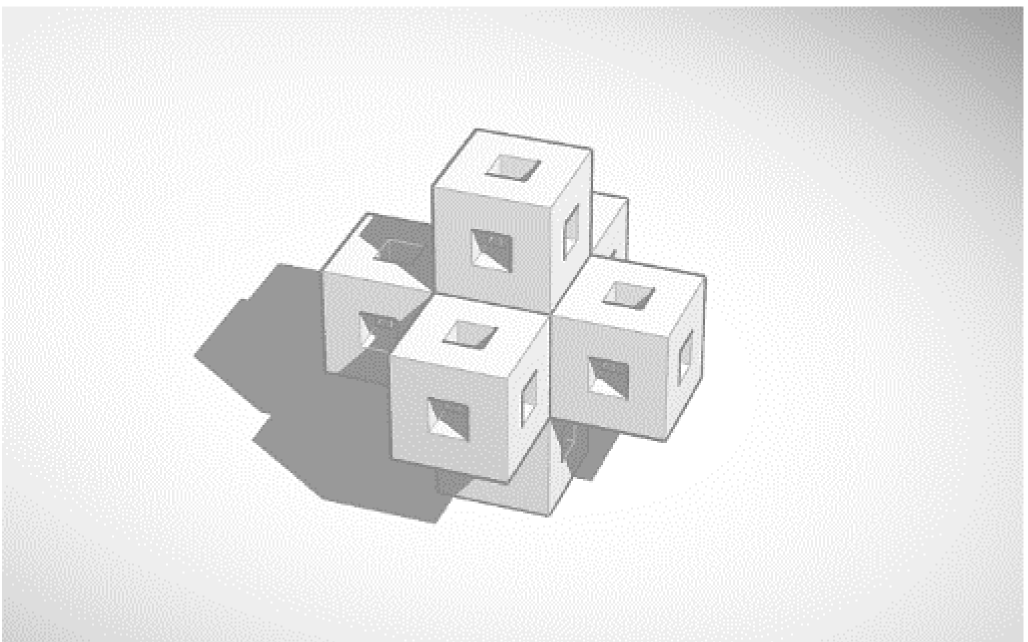
odvas kocka

1 cm oldalélű kockákból összeállítunk egy 3×3×3-as nagy kockát, majd mindegyik lapjára merőlegesen 1-1 négyzetes oszlop alakú lyukat fúrunk a szemközti lapig. A lyukas kocka minden nézete olyan, mint az ábrán látható:



Készítse el ezt a testet egy online 3D tervező segítségével! Küldje a be a munkájára mutató linket! (pl. Tinkercad (https://www.tinkercad.com/))
Számítsa ki a lyukas kocka térfogatát!

Egy ilyen lyukas kocka minden lapjára ráragasztunk még egy ugyanilyen lyukas kockát. Számolja ki ennek a testnek a felszínét!



megoldás

A feladat megoldása

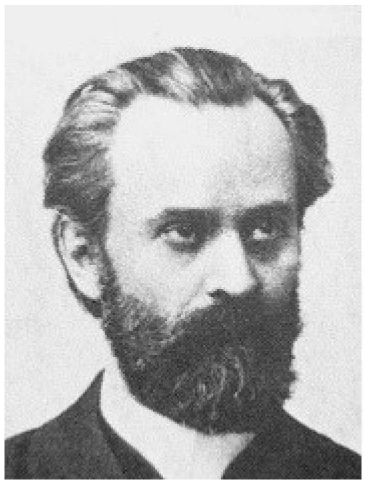
Számítsa ki a lyukas kocka térfogatát! 20 cm3
Azaz összesen 408 cm2 a felszíne.

---

3. feladat

osztó, negyedfokú, egyenletrendszer, koordináták, hely

Kérdés: Adja meg a képen látható matematikus szülőfalujának jelenlegi irányító számát.



a részfeladatok:

- A 18 és *n* legnagyobb közös osztója 2, legkisebb közös többszöröse 3960.
- Oldja meg $x^4 - 18x^3 + 79x^2 + 18x - n = 0$ egyenletet! A kapott 4 megoldás legyen: *a* < *b* < *c* < *d*.
- Ebből megkapjuk a következő egyenletrendszert:
  $$\left.\begin{aligned} bx + cy &= 436 \\ ax + dy &= 808 \end{aligned}\right\}$$
- Az egyenlet megoldásait illesszük be az alábbi GPS koordinátákba: 47.5**X**9717853 19.07**Y**797184. (A két ismeretlen több számjegyből is állhat.)
- Mi található ezen a GPS koordinátán?

megoldás

A feladat megoldása

- 18 = 2*3^2, 3960 = 2^3*3^2*5*11, tehát *n* = 2^3*5*11 = 440.
- Így az egyenlet: $x^4 - 18x^3 + 79x^2 + 18x - 440 = 0$, melynek megoldásai: *a* = -2, *b* = 4, *c* = 5 és *d* = 11.

- Tehát az egyenletrendszer:

$$\left.\begin{aligned} 4x+5y&=436 \\ -2x+11y&=808 \end{aligned}\right\}$$

melynek megoldásai: x = 14, y = 76.

- Így a kapott GPS koordináták: 47.5**14**9717853 19.07**76**797184. Ahol a budapesti Hősök tere található.

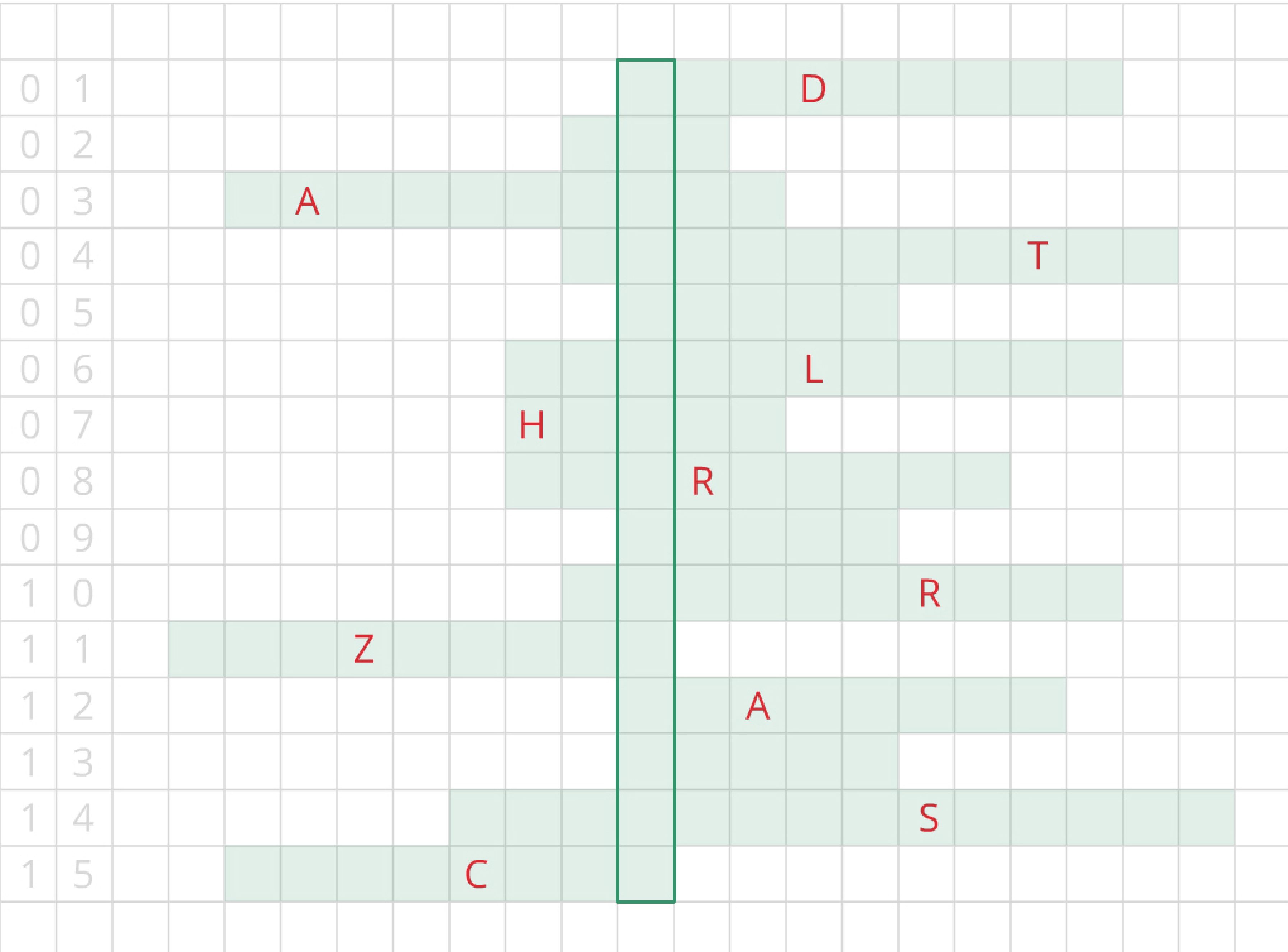
Megoldás: 2433

---

4. feladat

keresztrejtvény

Az alábbi keresztrejtvény főoszlopában található matematikus neve a jelszó az 5. feladathoz.



1. … csomó – A legenda szerint Nagy Sándor oldotta meg.
2. Hagyományosan a matematikai bizonyítások végét jelző, latinból származó rövidítés
3. … - halmaz: Lengyel származású matematikus nevét őrző önhasonló geometriai alakzat.
4. V. ….: „Ha két egyenes egy harmadikat metsz, akkor azok – eléggé meghosszabbítva – a metszőnek azon az oldalán találkoznak, melyen a belső szögek összege kisebb két derékszögnél."
5. 1880-ban Pécsett született matematikus utóneve.
6. Galambdúc elv másik neve.
7. Logikai érték.
8. Egyenletek megoldásánál gyakran alkalmazott, elegáns módszer: … alakítás
9. Poliéder része.
10. Limesz.
11. Nevezetes geometriai test.
12. Átmérő.
13. Híres arány: … metszés

14. Geometriai transzformáció egy csoportja.
15. Bizonyítási módszer: … ad absurdum

megoldás

A feladat megoldása

1. **Gordiuszi** csomó - A legenda szerint Nagy Sándor oldotta meg.
2. Hagyományosan a matematikai bizonyítások végét jelző, latinból származó rövidítés.
magyarul: amit bizonyítani kellett. **QED**
3. **Mandelbrot** - halmaz: Lengyel származású matematikus nevét őrző önhasonló geometriai alakzat
4. V. **posztulátum**:
"Ha két egyenes egy harmadikat metsz, akkor azok - eléggé meghosszabbítva - a metszőnek azon az oldalán találkoznak, amelyen a belső szögek összege kisebb két derékszögnél."
5. 1880-ban Pécsett született matematikus utóneve **Fejér Lipót**
6. Galambdúc elv másik neve. **Skatulya-elv**
7. Logikai érték - **Hamis**
8. Egyenletek megoldásánál gyakran alkalmazott, elegáns módszer: **Szorzattá** alakítás
9. Poliéder része - **csúcs**
10. Limesz - **Határérték**
11. Nevezetes geometriai test: **ikozaéder**
12. Átmérő – **diaméter**
13. Híres arány: **aranymetszés**
14. Geometriai transzformációk egy csoportja: **irányítástartó**
15. Bizonyítási módszer: **reductio** ad absurdum

Megoldás: **Gerolamo Cardano**.

---

5. feladat

sorozatok különbsége

Két sorozat i-edik elemének különbsége két 0-ra végződik. Mi az i legkisebb értéke, ha
an=7n+13
bn=3n2-7n+9 a két sorozat?

megoldás

A feladat megoldása

a legkisebb i index a 42.

---

6. feladat

anagramma, kombinatorika

a; Titkosírás 1 – anagramma:
Mely szóból készült a következő anagramma:
GÉSA SÓS VÍZ SZÍNŰ ÁLMÁT -
VALÓSZÍNŰSÉG-SZÁMÍTÁS

b; Összesen hányféleképpen lehet sorba rendezni a VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS szó betűit?

megoldás

A feladat megoldása

12671364625920000

---

7. feladat

közelítő érték

A valós számok halmazán értelmezett *f(x)* függvényről a következőket tudjuk:

1. Periodikus, periódusa 4
2. a [-1;3] intervallumon a hozzárendelési szabálya $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

A *g(x)* függvény hozzárendelés szabálya*:* $g(x)=2\sqrt{x-9.1}+1.3$

Kérdés: Határozzuk meg 2 tizedes pontossággal az *f(x)=g(x)* egyenlet megoldásait.

megoldás

A feladat megoldása

x = 9.93

---

8. feladat

prímtényezők

Nagy számok prímtényezőkre bontása többnyire nem egyszerű feladat. A számítógépes algebrai rendszerek (pl. https://www.wolframalpha.com/) igyekeznek ezen a problémán is segíteni. Bontsuk prímtényezőkre az A=1155876032216259 számot! Adjunk választ a következő kérdésekre!

1. Mik az A szám prímtényezői?
2. Hány pozitív osztója van az A számnak? Jelölje ezt a számot
3. Ha a keleti hosszúság 20 fokról haladunk keletre fokot, akkor mennyivel változik a helyi idő?
4. Hány darab 1-es számjegy van az A szám kettes számrendszerbeli alakjában?

megoldás

A feladat megoldása

A feladat szövegében szereplő hivatkozáson elérhető Wolframalpha segítségével könnyen választ kaphatunk a kérdésekre.

1. A prímtényezők tehát: 3, 17 és 19.
2. Az osztók száma 120.
3. alapján 8 órát változik a helyi idő.

Az A szám kettes számrendszerbeli alakjában 26 darab 1-es számjegy szerepel.

---

9. feladat

szélsőérték

Legyenek A és B az $f(x) = 4 - x^2$ függvény grafikonjának és az *x* tengelynek a metszéspontjai. Tekintsük azokat a húrtrapézokat, amelyeknek hosszabbik alapja az AB szakasz, rövidebb alapjuk pedig szintén az függvény grafikonjára illeszkedik.

Mekkora ezen húrtrapézok közül a legnagyobb területűnek az átlója? Adjátok meg két tizedesjegy pontossággal!

megoldás

A feladat megoldása

A maximális területű trapéz átlója 4,44 hosszú.

---

10. feladat

Tekintsük $2,\dot{0}1\dot{7}$ és $2,\dot{0}1\dot{8}$ a periodikus tizedes törteket.

1. Határozzuk meg, hogy hány jegyű a számok összegének periódusa!
2. Jelölje a számok szorzatának periódusát n. Határozza meg n értékét!
3. Határozza meg a tökéletes számok sorozatában a k-adik tagot, ha k az $\frac{n}{100}$ felső egészrészénél kettővel nagyobb szám.

megoldás

A feladat megoldása

1. 3
2. 333
3. k=6. A 6. tökéletes szám
